

Министерство науки и высшего образования РФ  
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение  
высшего образования  
«СИБИРСКИЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»  
**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)**

Б1.В.ДВ.02.01.04 МАТЕМАТИЧЕСКОЕ  
МОДЕЛИРОВАНИЕ

Вычислительные методы механики жидкости и газа

наименование дисциплины (модуля) в соответствии с учебным планом

Направление подготовки / специальность

01.04.02 Прикладная математика и информатика

Направленность (профиль)

01.04.02.01 Математическое моделирование

Форма обучения

очная

Год набора

2021

Красноярск 2022

## РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Программу составили \_\_\_\_\_

д.ф.-м.н., профессор, Адрианов А.Л.

\_\_\_\_\_  
должность, инициалы, фамилия

## **1 Цели и задачи изучения дисциплины**

### **1.1 Цель преподавания дисциплины**

Целями изучения дисциплины являются: подготовка студентов магистратуры в области прикладной математики, механики и информатики до уровня, сравнимого с аспирантами и соискателями степени PhD зарубежных вузов; формирование универсальных и профессиональных компетенций, которыми обязан владеть будущий элитный специалист в избранной сфере деятельности; студенты магистратуры должны получить необходимую эрудицию в области существующих современных подходов (методов) вычислительной механики жидкости и газа (МЖГ).

В настоящее время существует много важных практических задач и приложений, где без использования ЭВМ и связанного с ним вычислительного моделирования уже просто не обойтись. Именно так обстоит дело в некогда классической МЖГ – науке, которая, как и механика деформируемого твердого тела лежит в основе создания аэрокосмической отрасли страны.

В дисциплине «Вычислительные методы МЖГ» изучаются основы современного вычислительного моделирования как одномерных, так и многомерных физических процессов.

К целям изучения данной дисциплины можно также отнести обучение студентов магистратуры, бакалавриата и специалитета самостоятельному решению классических задач математики и механики, а также практическому применению математических методов решения многомерных задач, включая алгоритмизацию задачи и разработку программного обеспечения (ПО) (в перспективе адаптацию существующего ПО под суперЭВМ), а также использование средств компьютерной (машинной) алгебры.

### **1.2 Задачи изучения дисциплины**

Задачами изучения дисциплины являются: в процессе изучения дисциплины студенты магистратуры должны знать о существующих в настоящий момент вычислительных методах применяющихся в МЖГ, информационных технологиях; усвоить основы современных машинных (в смысле ЭВМ) методов решения классических задач непрерывной и дискретной математики; усвоить основные разделы современного численного анализа; получить навыки конструирования наиболее точных и экономичных вычислительных методов решения задач механики, физики, гидрогазодинамики (МЖГ), экономики, экологии и т.п.; обеспечить межпредметную связь ранее изучаемых дисциплин, таких как: математический анализ, уравнения математической физики, функциональный анализ, методы вычислений, дискретная математика, программирование, общая физика и теоретическая механика, современные алгоритмы для исследования математических моделей.

В задачи дисциплины также входит освоение основных этапов вычислительного моделирования: выбор и формулировка вычислительного метода (запись разностной схемы) и краевых условий в дискретной форме; дискретизация расчетной области (построение сетки); исследование свойств

данного метода (аппроксимация, устойчивость, сходимость и др.); выбор метода решения алгебраических уравнений (нахождение решения разностной задачи); анализ полученного результата.

В процессе изучения дисциплины магистранты должны усвоить разделы современного численного анализа, научиться конструировать наиболее точные и экономичные вычислительные методы решения многочисленных задач МЖГ, физики, гидрогазодинамики, экономики, экологии и т.п.

### **1.3 Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы**

Код и наименование индикатора достижения компетенции	Запланированные результаты обучения по дисциплине
<b>ПК-1: Способен разрабатывать и исследовать математические модели, методы и алгоритмы по тематике проводимых исследований</b>	
ПК-1.1: Обладает достаточными фундаментальными теоретическими и практическими знаниями математических и естественных наук, основ программирования и информационных технологий для проведения в конкретной области профессиональной деятельности	
ПК-1.2: Решает научные задачи в соответствии с поставленной целью и в соответствии с выбранной методикой	

### **1.4 Особенности реализации дисциплины**

Язык реализации дисциплины: Русский.

Дисциплина (модуль) реализуется без применения ЭО и ДОТ.

## 2. Объем дисциплины (модуля)

Вид учебной работы	Всего, зачетных единиц (акад.час)	е
		1
<b>Контактная работа с преподавателем:</b>	<b>1,06 (38)</b>	
занятия лекционного типа	0,53 (19)	
практические занятия	0,53 (19)	
<b>Самостоятельная работа обучающихся:</b>	<b>1,94 (70)</b>	
курсовое проектирование (КП)	Нет	
курсовая работа (КР)	Нет	
<b>Промежуточная аттестация (Экзамен)</b>	<b>1 (36)</b>	

### 3 Содержание дисциплины (модуля)

#### 3.1 Разделы дисциплины и виды занятий (тематический план занятий)

		Контактная работа, ак. час.							
№ п/п	Модули, темы (разделы) дисциплины	Занятия лекционного типа		Занятия семинарского типа				Самостоятельная работа, ак. час.	
				Семинары и/или Практические занятия		Лабораторные работы и/или Практикумы			
		Всего	В том числе в ЭИОС	Всего	В том числе в ЭИОС	Всего	В том числе в ЭИОС	Всего	В том числе в ЭИОС
<b>1. Механика сплошной среды.</b>									
	<p>1. Свойства газов и жидкостей. Молекулярная структура газов и жидкостей, потенциал взаимодействия. Гипотеза Даламбера-Эйлера и критерий сплошности среды. Уровни описания течений жидкости и газа. Модели жидкой среды. Основные модели сплошной и разреженной сред. Основные гипотезы. Макроскопические параметры и функции состояния среды. Уравнения состояния (термическое и калорическое) идеального и реального газов. Свойства жидкостей и газов (текучесть, вязкость, сжимаемость). Вязкость, упругость (скорость звука) и теплопроводность среды с позиций кинетической теории газов. Скорость распространения малых возмущений в потоке газа. Скорость звука. Критерий сжимаемости. Число Маха</p>	2							

<p>2. Элементы механики сплошной среды. Точки зрения Лагранжа и Эйлера на изучение движения сплошной среды; переход от переменных Лагранжа к переменным Эйлера и наоборот. Сопутствующая (собственная, естественная) система координат. Индивидуальная (полная) и местная производные по времени. Установившиеся и не установившиеся движения; роль системы координат при описании таких движений. Линия тока и траектория частицы (случаи их совпадения и несовпадения, примеры). Потенциальное векторное поле; примеры потенциальных и не потенциальных полей величин. Интегральная и дифференциальная формы записи законов сохранения; эквивалентность и различие форм, отсутствие их взаимно-однозначного соответствия. Формулы Грина, Стокса, Остроградского-Гаусса. Соотношения на поверхностях разрывов. Вывод соотношений на разрывах из интегральных законов сохранения</p>	3							
<p>3. Модельные уравнения в частных производных. Классификация дифференциальных уравнений в частных производных. Постановка краевых задач. Корректность краевой задачи. О корректной постановке задач газодинамики. Модельные уравнения в частных производных. Уравнения переноса, теплопроводности, Лапласа, Пуассона. Системы уравнений газовой динамики, акустики. Другие системы уравнений, используемые в вычислительных методах</p>	2							
4.							20	
<b>2. Теория разностных схем в МЖГ</b>								

<p>1. Элементы метода сеток. Сеточная функция (способы определения), разновидности расчетных сеток, применяющихся в МЖГ. Сеточная функция (способы определения), разновидности расчетных сеток для областей различной формы. Структурированные и неструктурированные сетки. Примеры построения простейших разностных схем. Явные и неявные разностные схемы. Способы построения. Запись разностной схемы в операторной форме на примере уравнения Пуассона. Свойства разностных схем. Сходимость, аппроксимация, устойчивость, монотонность, консервативность, транспортность и пр. Порядок аппроксимации разностной схемы и его определение. Понятие о первом дифференциальном приближении. Устойчивость разностной схемы. Зависимость между аппроксимацией, устойчивостью и сходимостью в линейном случае (теорема Лакса). Спектральный признак устойчивости. Спектр оператора перехода. Спектральный радиус. Условие устойчивости Куранта-Фридрихса-Леви. Замечание об экономичности разностной схемы</p>	4							
<p>2. Методы решения сеточных уравнений. Прямые методы решения. Методы скалярной и матричной прогонки. Итерационные методы решения уравнения Пуассона. Искусственное введение времени в стационарный процесс (принцип установления). Метод установления. Метод искусственной сжимаемости Б.Г. Кузнецова</p>	6							



<p>3. Методы расщепления и другие методы. Метод конечных разностей для решения многомерных задач. Методы расщепления по физическим процессам и координатным направлениям. Метод переменных направлений. Метод дробных шагов Н.Н. Яненко. Редукция многомерной задачи для уравнений в частных производных к задаче для обыкновенных дифференциальных уравнений (метод прямых). Разностные схемы для расчета движения сжимаемого газа (Общие сведения). Методы расчета течений сжимаемой жидкости. Разностные схемы с явной и неявной искусственной вязкостью. Искусственное сглаживание немонотонностей в решении. Основные положения метода распада разрывов С.К. Годунова на примере уравнений акустики. Обобщение данного метода на квазилинейные уравнения газовой динамики. Стационарный вариант метода распада разрывов. Численное решение уравнений пограничного слоя и параболизированных уравнений Навье-Стокса (Общие сведения). Другие численные методы (Общие сведения). Неоднородные численные методы решения многомерных задач аэрогазодинамики. Метод выделения разрывов в задачах аэрогазодинамики. Локальная теория интерференции стационарных газодинамических разрывов. Изображение ударно-волновых взаимодействий в плоскости поляра. Тройные конфигурации ударных волн, догоняющие и встречные скачки уплотнения. Регулярное и нерегулярное взаимодействие разрывов. Использование точных соотношений на разрывах и соотношений на характеристиках газодинамических уравнений при численном интегрировании уравнений Эйлера. Метод конечных элементов. Спектральные методы (Общие сведения)</p>	2							
	9							

4. Знакомство и изучение оболочки (системы) MathCAD, встроенной графики, Quicksheets (быстрые листы), help (помощь). Знакомство с таблицами физических констант в MathCAD			2					
5. Представление чисел на ЭВМ; разрядная сетка ЭВМ; арифметика с плавающей точкой (логарифмическая погрешность); вычисление машинного эpsilon. Символьная арифметика в MathCAD. Получение (математический вывод) соотношений на газодинамических разрывах средствами компьютерной алгебры MathCAD			2					
6. Модельные уравнения; разностная аппроксимация простейших дифференциальных операторов на практических примерах; явные и неявные разностные схемы (РС). Исследование явных разностных схем для простейшего гиперболического уравнения переноса (пассивной субстанции в МЖГ)			2					
7. Моделирование процесса теплопроводности на основе аппарата явных разностных схем. Моделирование процесса теплопроводности на основе аппарата неявных разностных схем			4					

8. Сходимость РС; аппроксимация РС на примерах (практическое доказательство, в частности, в системе MathCAD с использованием функции «series» (symbolic math)); спектральный признак устойчивости РС (практическое доказательство устойчивости РС, в частности, в системе MathCAD с использованием функции «series» (symbolic math)); анализ устойчивости РС для простейшего уравнения переноса; условие устойчивости Куранта-Фридрихса-Леви (КФЛ); математическое моделирование и анализ численных решений уравнения переноса с переменной, зависящей от координат (x,t), скоростью; анализ устойчивости РС для простейшего уравнения диффузии; математическое моделирование и анализ численных решений уравнения диффузии с различными краевыми условиями; анализ диссипативных и дисперсионных свойств конкретных РС; неявные РС и их реализация в системе MathCAD			6					
9. Численное решение уравнений Лапласа, Пуассона итерационными методами. Метод прямых			3					
10.							50	
Всего	19		19				70	

## **4 Учебно-методическое обеспечение дисциплины**

### **4.1 Печатные и электронные издания:**

1. Зализняк В.Е. Численные методы. Основы научных вычислений: учеб. пособие для бакалавров по спец. (напр.) подг. 010501 (010500.62) "Прикладная математика и информатика"(Москва: Юрайт).
2. Самарский А. А., Попов Ю. П. Разностные методы решения задач газовой динамики: учебное пособие для вузов по специальности "Прикладная математика"(Москва: Наука, Гл. ред. физ.-мат. лит.).
3. Плис А.С., Сливина Н.А. Mathcad. Математический практикум для инженеров и экономистов: учеб. пособие(М.: Финансы и статистика).
4. Пирумов У. Г., Росляков Г. С. Численные методы газовой динамики: учебное пособие для вузов(Москва: Высшая школа).
5. Марчук Г. И. Методы вычислительной математики: учеб. пособие(Санкт-Петербург: Лань).
6. Адрианов А. Л., Блинов А. Н., Матвеев А. Д., Гапоненко Ю. А. Современные вычислительные алгоритмы для исследования математических моделей: электрон. учеб.-метод. комплекс дисциплины (Красноярск: ИПК СФУ).

### **4.2 Лицензионное и свободно распространяемое программное обеспечение, в том числе отечественного производства (программное обеспечение, на которое университет имеет лицензию, а также свободно распространяемое программное обеспечение):**

1. Методика проведения занятий предусматривает использование технических средств (проекторы, интерактивные доски), обеспеченных соответствующим программным обеспечением. Применяется вычислительная техника и программная среда MathCad

### **4.3 Интернет-ресурсы, включая профессиональные базы данных и информационные справочные системы:**

1. Учебная и научная литература по курсу. Компьютерные демонстрации, связанные с программой курса, технические возможности для их просмотра. Наличие компьютерных программ общего назначения.
2. Операционные системы: семейства Windows (не ниже Windows XP).

## **5 Фонд оценочных средств**

Оценочные средства находятся в приложении к рабочим программам дисциплин.

## **6 Материально-техническая база, необходимая для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю)**

Аудитория должна быть оборудована современным видеопроекционным оборудованием для презентаций, вычислительной техникой, а также иметь интерактивную доску или доску для письма маркерами.

Освоение дисциплины инвалидами и лицами с ограниченными возможностями здоровья, в зависимости от нозологий, осуществляется с использованием средств обучения общего и специального назначения.